max planck institut
informatik

Seminar SAT
Satisfiability of Boolean Formulas

Leibniz und Boole & Zenner

„Es wird dann beim Auftreten von Streitfragen für zwei Philosophen nicht mehr Aufwand an wissenschaftlichem Gespräch erforderlich sein als für zwei Rechnerfachleute. Es wird genügen, Schreibzeug zur Hand zu nehmen, sich vor das Rechengerät zu setzen und zueinander (wenn es gefällt, in freundschaftlichem Ton) zu sagen: Laßt uns rechnen.“

Das Auto ist blau. und/oder Der Motor hat 6 Zylinder.

und $X \cdot Y$ oder $X + Y$

$$X \cdot X = X$$

$$X, Y \in \{0, 1\}$$

nicht $(1 - X)$

Boole'sche Logik & Endner-Dühr

X	Y	$\neg X$	$X \wedge Y$	$X \vee Y$	$X \rightarrow Y$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1

SAT: Gibt es eine Belegung die $(X \wedge (X \rightarrow Y)) \rightarrow Y$ erfüllt?

Wahrheitstabellen sind ein rein analytisches Verfahren.

Bei n Variablen sind 2^n Fälle zu überprüfen.

Alle diskreten Analyseverfahren müssen sich dieser Problematik stellen.
Alle Eigenschaften lassen sich berechnen.

Hilbert

2. Gibt es eine logische Fundierung der Mathematik?

10. Gibt es ein Verfahren um festzustellen, ob eine Polynomgleichung wie

$$2x^2y^3 - z^7 - 4xz^3 + 23 = 0$$

eine Lösung in den ganzen Zahlen hat?

Gibt es korrekte und vollständige Rechenregeln für Boole'sche Logik?

$$\frac{X \qquad X \to Y}{Y}$$

$$X \to (Y \to X)$$
$$(X \to (Y \to Z)) \to ((X \to Y) \to (X \to Z))$$
$$(X \to Y) \to (\neg Y \to \neg X)$$
$$X \to (\neg X \to Y)$$
$$(\neg X \to X) \to X$$

Gödel und Davis & Brachmann, Nedwed

In der Theorie der Arithmetik über den ganzen Zahlen mit Multiplikation und Boole'schen Verknüpfungen gibt es Aussagen von denen sich beweisen läßt, daß sie nicht beweisbar sind. Somit ist die Antwort auf Hilbert's 2. Problem "Nein".

Wenn es ein Polynom gibt dessen Nullstellen exponentiell wachsend voneinander entfernt sind, dann ist Hilbert's 10. Problem nicht lösbar.

DPLL: belege Variable, vereinfache Formel, usw.
Falls $X = 1$ und $\neg X \vee Y$ muß $Y = 1$ sein

Cook & Baumann

SAT ist das NP-vollständige Problem:

(i) eine geratene Belegung für die Variablen kann in linearer Zeit überprüft werden

(ii) jedes NP lösbare Problem kann auf SAT reduziert werden

Logische Rechenverfahren 2012

- Analyse der Belegungsmöglichkeiten (Boole)
- Inferenzen generieren neues Wissen (Hilbert)
- Dynamische Vereinfachung (Davis)
- Elimination von Redundanz (Hennemann)
- Etablierung von Ordnungseinschränkungen, Lernen (Frey, Klitzke)
- Integration von Theorien (Scherer)
- Dedizierte Normalformtransformation (Herbig)
- Spezifische Algorithmen und Datenstrukturen (Sommer, Haffner, Kampmann)

= Skalierbarkeit auf reale Probleme

Anwendungen

- Model Checking (Müller M.)
- Predicate Abstraction (Löhle)
- Template-Based synthesis (Sicheneder)
- Bit Vectors (Nguyen)

Spezialverfahren

- Stalmarck’s Method (Müller T.)

Probevorträge

Dienstag, 4. Dezember 2012

André Zenner	– Boolean Logic
Nico Herbig	– CNF Translation
Matthias Hennemann	– Preprocessing

Mittwoch, 12. Dezember 2012

Niklas Brachmann	– Resolution
Frederic Endner-Dühr	– Tableaux
Frank Nedwed	– DPLL

Dienstag, 18. Dezember 2012

Julian Scherer	– DPLL(LA)
Tobias Frey	– CDCL
Patrick Klitzke	– Advanced CDCL: Learned clause reduction

Probevorträge

Mittwoch, 9. Januar 2013

Florian Sommer	– Implementation: Variable Selection Heuristics
Immanuel Haffner	– Implementation: Restart
Alexander Kampmann	– Implementation: Propagation 2-Variable

Dienstag, 15. Januar 2013

Kim Hao Josef Nguyen	– Bit Vector
Marc Müller	– Bounded Model Checking
Lukas Löhle	– Predicate Abstraction

Mittwoch, 23. Januar 2013

Chris Baumann	– Complexity
Govinda Sicheneder	– Tempalte-based synthesis
Thomas Müller	– Stålmarck's Method