

Übungen “Automatisches Beweisen”
Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{f/2, g/1, a/0, b/0\}$ und $\Pi = \{p/2\}$; sei X die Menge von Variablen $\{x, y, z\}$.

Welche der folgenden Ausdrücke sind Terme über Σ und X , welche sind Atome/Literale/Klauseln/Formeln, welche nicht?

- | | |
|----------------------------------|---|
| (a) $\neg p(g(a), f(x, y))$ | (e) $\neg p(f(x, y))$ |
| (b) $f(x, x) \approx x$ | (f) $p(a, b) \wedge p(x, y) \wedge y$ |
| (c) $p(f(x, a), x) \vee p(a, b)$ | (g) $\exists y(\neg p(f(y, y), y))$ |
| (d) $p(\neg g(x), g(y))$ | (h) $\forall x \forall y (g(p(x, y)) \approx g(x))$ |

Aufgabe 5.2

Berechnen Sie die Bindungsbereiche der Variablen in den folgenden Formeln:

- (a) $\forall y(p(f(y, x), g(y)))$
- (b) $\forall y(p(f(z, g(y)), g(x)) \vee \exists z(g(z) \approx y))$
- (c) $\forall y(p(f(z, g(y)), g(x)) \vee \exists y(g(y) \approx y))$
- (d) $\exists y(f(x, y) \approx x \rightarrow \forall x(f(x, y) \approx x))$
- (e) $\exists y(f(x, y) \approx x \rightarrow \forall x \forall y(f(x, y) \approx x))$

Aufgabe 5.3

Berechnen Sie das Resultat der Anwendung folgender Substitutionen:

- (a) $f(g(x), x)[g(a)/x]$
- (b) $p(f(y, x), g(x))[x/y]$
- (c) $\forall y(p(f(y, x), g(y)))[x/y]$

(d) $\forall y(p(f(y, x), x))[y/x]$

(e) $\forall y(p(f(z, g(y)), g(x)) \vee \exists z(g(z) \approx y))[g(b)/z]$

(f) $\exists y(f(x, y) \approx x \rightarrow \forall x(f(x, y) \approx x))[g(y)/y, g(z)/x]$