Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 20.1.97
Abgabe bis Montag, 27.1.97, 11:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung

Informatik III

Übungsblatt 12

Aufgabe 12.1 (3P)
Sind die folgenden Probleme entscheidbar? Warum?

(a) Gegeben sei eine Turingmaschine M, ein Zustand z und ein Wort w. Erreicht M gestartet auf w jemals den Zustand z?

(b) Gegeben sei eine Turingmaschine M und ein Zeichen a. Schreibt M jemals das Zeichen a auf das Band?

(c) Gegeben sei eine Turingmaschine M. Schreibt M, gestartet auf dem leeren Band, jemals ein von $\Box$ verschiedenes Zeichen?

(d) Gegeben sei eine Turingmaschine M. Ist die von M akzeptierte Sprache endlich?

Aufgabe 12.2 (4P)
Ein nichtdeterministischer endlicher Zweikopfautomat (THFA) hat zwei Leseköpfe, die sich unabhängig voneinander, aber nur von links nach rechts bewegen können. Formal ist das ein Tupel (Z, Σ, δ, E) wobei $\delta : Z \times \Sigma^* \times \Sigma^* \to \mathcal{P}_e(Z)$. Dann bedeutet $\delta(z, w_1, w_2) \ni z'$, daß der Automat vom Zustand z in den Zustand z' übergehen kann, wobei mit Kopf 1 das Wort w_1 und mit Kopf 2 das Wort w_2 gelesen wird. Der Automat akzeptiert ein Wort, wenn beide Köpfe gleichzeitig in einem Endzustand das Wortende erreichen.

(a) Gegeben sei ein THFA M und ein Wort w. Zeige, daß es entscheidbar ist, ob $w \in T(M)$.

(b) Gegeben sei ein THFA M. Zeige, daß es unentscheidbar ist, ob $T(M) \neq \emptyset$.

(c) Ein THFA heißt *deterministisch*, falls der Automat in jeder Konfiguration nur einen möglichen Übergang machen kann. Ist (b) auch für deterministische THFA unentscheidbar?

Aufgabe 12.3 (3P)
Finde arithmetische Formeln $F(x_1, \ldots, x_n, y)$, die die folgenden Funktionen repräsentieren:

(a) $\text{ifzero}(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} x_2 & \text{falls } x_1 = 0 \\ x_3 & \text{sonst} \end{cases}$

(b) Die Subtraktion $(x_1, x_2) \mapsto \begin{cases} x_1 - x_2 & \text{falls } x_1 \geq x_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

(c) Die Fakultät $x \mapsto x!$.

(d) $\text{append}(k_1, a_1, b_1, k_2, a_2, b_2) = (a, b)$

Dabei seien (a_1, b_1) und (a_2, b_2) Paare, die die Folgen $(m_0, \ldots, m_{k_1})$ bzw. $(n_0, \ldots, n_{k_2})$ repräsentieren, d.h. $G(a_1, b_1, i, m_i)$ und $G(a_2, b_2, j, n_j)$ sind wahr für alle $i = 1, \ldots, k_1$ bzw. $j = 1, \ldots, k_2$. (a, b) soll dann deren Konkatenation $(m_1, \ldots, m_{k_1}, n_1, \ldots, n_{k_2})$ repräsentieren. Verwende in der Formel zwei Variablen für das Ergebnis der Funktion.