Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 13.1.97
Abgabe bis Montag, 20.1.97, 11:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung

Informatik III

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1 (2P)
Zeige, daß die entscheidbaren Sprachen abgeschlossen sind unter Vereinigung, Schnitt, Komplement, Konkatenation und Stern.

Aufgabe 11.2 (2P)
Zeige, daß eine Sprache L genau dann entscheidbar ist, wenn es eine Turingmaschine gibt, die L *in lexikografischer Reihenfolge* aufzählt. Die lexikografische Reihenfolge für $\{0,1\}^*$ ist zum Beispiel $\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, \ldots$, d.h. die Worte werden aufsteigend nach Länge und bei gleicher Länge lexikografisch geordnet.

Aufgabe 11.3 (2P)
Zeige, daß die Reduzierbarkeitsrelation $\leq$ eine *Quasiordnung*, d.h. reflexiv und transitiv ist.

Aufgabe 11.4 (4P)
(a) Ein *Semi-Thue-System* ist eine endliche Menge von Wortersetzungsregeln

$$R = \{v_1 \to w_1, \ldots, v_n \to w_n\}.$$

Wir schreiben $v \to_R w$ falls $v = xv_iy$ und $w = xw_iy$ für eine Regel $v_i \to w_i$ in R, und betrachten die reflexiv-transitive Hülle $\overset{*}{\to}_R$ von $\to_R$. Dann gilt $x \overset{*}{\to}_R y$, falls man aus x durch endlich viele Ersetzungsschritte in R das Wort y herleiten kann. Ein Semi-Thue-System entspricht also einer Grammatik, bei der die Unterscheidung zwischen Terminalen und Nichtterminalen fehlt. Das *Wortproblem für Semi-Thue-Systeme* ist die Frage, ob für gegebenes Semi-Thue-System R und Worte x und y gilt, daß $x \overset{*}{\to}_R y$.

Zeige durch eine geeignete Reduktion, daß das Wortproblem für Semi-Thue-Systeme unentscheidbar ist.

(b) In einem *Thue-System* sind die Ersetzungsregeln ungerichtet, d.h. man darf sie beliebig vorwärts und rückwärts anwenden. Wir schreiben dafür

$$E = \{v_1 \leftrightarrow w_1, \ldots, v_n \leftrightarrow w_n\}.$$

Dies entspricht dem Semi-Thue-System

$$R = \{v_1 \to w_1, w_1 \to v_1, \ldots, v_n \to w_n, w_n \to v_n\}.$$

Die Relation $(\overset{*}{\leftrightarrow}_E) = (\overset{*}{\to}_R)$ ist dann eine Kongruenzrelation auf Worten, d.h. reflexiv, symmetrisch, transitiv und verträglich mit der Konkatenation. Das *Wortproblem für Thue-Systeme* ist die Frage, ob für gegebenes Thue-System E und Worte x und y gilt, daß $x \overset{*}{\leftrightarrow}_E y$.

Zeige, daß das Wortproblem für Thue-Systeme unentscheidbar ist.