Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 9.12.96
Abgabe bis Montag, 16.12.96, 11:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung

Informatik III

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1 (2P)
Sei $L = \{\$a^m b^n c^{mn}\$ \mid m, n \geq 0\}$.

(a) Zeige, daß L kontextsensitiv ist. Gib dazu informell einen LBA an, der L akzeptiert.

(b) Zeige mit Hilfe des Pumpinglemmas, daß L nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 8.2 (2P)
Sind die folgenden Funktionen im intuitiven Sinne berechenbar? Für welche kann man den Algorithmus tatsächlich angeben?

(a) $f_1(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ eine Primzahl ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

(b) $f_2(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls es eine Primzahl } p \geq n \text{ gibt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

(c) $f_3(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls es einen Primzahlzwilling } (p, p+2) \text{ mit } p \geq n \text{ gibt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

(d) $f_4(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls es unendlich viele Primzahlpaare } (p, p+n) \text{ gibt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Ein *Primzahlzwilling* ist ein Paar von Primzahlen im Abstand zwei. Es ist nicht bekannt, ob es unendlich viele Primzahlzwillinge gibt. Der größte bekannte Primzahlzwilling ist momentan $242206083 \cdot 2^{38880} \pm 1$ [Indlekofer und Jarai, November 1995].

Aufgabe 8.3 (3P)

(a) Konstruiere formal die Turingmaschine "Band = Band − 1": Die Anfangskonfiguration sei $z_0 b_n \ldots b_0$, die Endkonfiguration $z_e b'_m \ldots b'_0$, wobei $b_n \ldots b_0$ bzw. $b'_m \ldots b'_0$ die Binärdarstellung von b bzw. b' ohne führende Nullen ist. Dabei sei $b' = b - 1$ für $b > 0$ und $b' = 0$ für $b = 0$.

(b) Simuliere die Rechnung der Maschine auf den Eingaben 0 und 100.

(c) Gib das Flußdiagramm für eine Mehrband-Turingmaschine "Band i = Band i + Band j" an. Benutze die Turingmaschinen für "Band i = Band $i+1$", "Band i = Band $i-1$", "Band i = Band j", und "Band $i = 0$?".

Aufgabe 8.4 (3P)
Eine zweidimensionale Turingmaschine hat statt eines Bandes ein nach allen Seiten unendliches Blatt mit Kästchen. Der Kopf kann sich in jedem Schritt auf ein waagerecht oder senkrecht angrenzendes Feld bewegen oder stehenbleiben. Zu Anfang sind nur endlich viele Kästcheninhalte von $\Box$ verschieden.

(a) Definiere zweidimensionale Turingmaschine, Konfiguration und die Übergangsrelation $\vdash$.

(b) Beschreibe informell, wie sich eine zweidimensionale Turingmaschine mit einer eindimensionalen Turingmaschine simulieren läßt.

Die DPDA Saga, Teil III: Die in Aufgabe 6.4 angegebene Sprache ist deterministisch kontextfrei. Eine Sprache L ist als deterministisch kontextfrei definiert, wenn sie ein DPDA mit Endzuständen akzeptiert. Äquivalent dazu ist, daß $L\$$ von einem DPDA mit leerem Keller akzeptiert wird. Es gibt keinen DPDA, der die Sprache aus 6.4 ohne Endezeichen mit leerem Keller akzeptiert.