Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 7.4.97

Nachklausur Informatik III

Als Hilfsmittel zugelassen sind maximal zwei Bücher, Notizen, keine Rechner. Alle in der Vorlesung und in den Übungen bewiesenen Sätze dürfen benutzt werden. Es gibt 6 Aufgaben mit insgesamt 135 Punkten. Du hast drei Stunden Zeit.

Aufgabe 1 (15P)
Gegeben sei der nichtdeterministische endliche Automat $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$ mit $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $S = \{z_0\}$, $E = \{z_0, z_1\}$,

$$\begin{array}{llll} \delta(z_0, a) = \{z_2, z_3\}, & \delta(z_1, a) = \{z_1\}, & \delta(z_2, a) = \{z_2\}, & \delta(z_3, a) = \emptyset, \\ \delta(z_0, b) = \{z_1\}, & \delta(z_1, b) = \{z_2\}, & \delta(z_2, b) = \{z_1, z_2\}, & \delta(z_3, b) = \{z_3\}. \end{array}$$

(a) Zeichne den Automaten.
(b) Konstruiere den dazu äquivalenten deterministischen Automaten.
(c) Minimiere den deterministischen Automaten.

Aufgabe 2 (15P)
Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und L das Komplement von $\{a^k b^m a^n \mid k, m, n \geq 0 \text{ und } k \leq n\}$.
(a) Beschreibe L als Menge.
(b) Bestimme eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform für L.
(c) Gib Ableitungsbäume für die Wörter *ababa* und *aabba* an.

Aufgabe 3 (15P)
Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Konstruiere eine Turingmaschine, die die folgende Funktion $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ berechnet:

$$f(x) = \begin{cases} x0, & \text{falls } x \text{ eine gerade Anzahl von 1en enthält, und} \\ x1, & \text{sonst.} \end{cases}$$

D.h. f fügt an x hinten ein Paritätsbit an. Gib die Konfigurationenfolge für die Eingabe 101 an.

Aufgabe 4 (60P)
Ordne die folgenden Sprachen bzw. Probleme möglichst genau in eine der folgenden Sprachklassen ein: Alle Sprachen, semi-entscheidbare, entscheidbare, kontextsensitive, kontextfreie, deterministisch kontextfreie, oder reguläre Sprachen. Zeige also, daß die Sprache in einer Sprachklasse enthalten ist, aber nicht in der nächstkleineren.

(a) $L_1 = \{w \mid M_w$ geht, gestartet auf dem leeren Band, niemals in zwei aufeinanderfolgenden Schritten nach rechts$\}$ (15P)
(b) $L_2 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*$ und in w folgt auf jedes a unmittelbar ein $b\}$ (15P)
(c) $L_3 = \{w \mid T(M_w)$ enthält ein Wort mit gerader Länge$\}$ (15P)
(d) $L_4 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*$ enthält mehr a's als b's$\}$ (15P)

Bitte wenden

Aufgabe 5 (15P)
Das Problem *UNABHÄNGIGE MENGE* (engl. *INDEPENDENT SET*) ist wie folgt definiert:

Gegeben ist ein Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$. Kann man eine Menge $V' \subseteq V$ von Knoten mit $|V'| = k$ finden, so daß kein Paar von Knoten in V' durch eine Kante in E verbunden ist?

Zeige, daß UNABHÄNGIGE MENGE NP-vollständig ist!

Aufgabe 6 (15P)
Sei *shuffle* : $\mathcal{P}(\Sigma^*) \times \mathcal{P}(\Sigma^*) \to \mathcal{P}(\Sigma^*)$ die folgende Funktion auf Sprachen:

$$\mathit{shuffle}(L_1, L_2) = \{a_1 b_1 \ldots a_n b_n \mid n \geq 0,\ \ a_1 \ldots a_n \in L_1 \text{ und } b_1 \ldots b_n \in L_2\}$$

Zeige, daß die regulären Sprachen abgeschlossen unter *shuffle* sind. D.h. zeige für gegebene reguläre Sprachen L_1 und L_2, daß auch *shuffle*(L_1, L_2) regulär ist.