Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 12.2.97

Übungen zur Vorlesung

Informatik III

Übungsklausur

Als Hilfsmittel zugelassen sind beliebige Bücher und Notizen, keine Rechner. Alle in der Vorlesung und in den Übungen bewiesenen Sätze dürfen benutzt werden. Du hast drei Stunden Zeit.

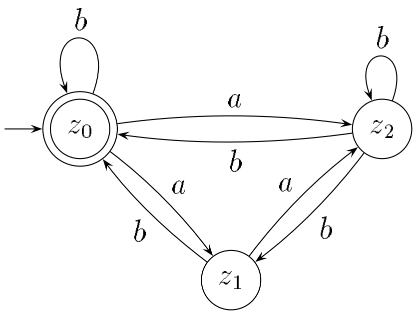
Aufgabe 15.1
Gegeben sei der reguläre Ausdruck $\gamma = (ba)^*(a \mid ab)^*$.

(a) Konstruiere einen nichtdeterministischen endlichen Automaten für $L(\gamma)$.

(b) Eliminiere die ε-Übergänge aus dem Automaten.

(c) Gib eine reguläre Grammatik für $L(\gamma)$ an.

Aufgabe 15.2
Gegeben sei der folgende nichtdeterministische endliche Automat:



(a) Konstruiere den dazu äquivalenten deterministischen Automaten.

(b) Minimiere den deterministischen Automaten.

Aufgabe 15.3
Gib eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform für das Komplement von $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ an. Gib Ableitungsbäume für die Wörter $aaabb$ und $abba$ an.

Aufgabe 15.4
Konstruiere eine Turingmaschine, die die Funktion $n \mapsto 3n$ berechnet. Dabei sollen die Zahlen auf dem Band in Binärdarstellung kodiert sein.

Aufgabe 15.5
Ordne die folgenden Sprachen bzw. Probleme möglichst genau in eine der folgenden Sprachklassen ein: Alle Sprachen, semi-entscheidbare, entscheidbare, kontextsensitive, kontextfreie, deterministisch kontextfreie, oder reguläre Sprachen. D.h. zeige, daß die Sprache in einer Sprachklasse enthalten ist, aber nicht in der nächstkleineren.

(a) $L_1 = \{a^n \mid n \geq 1582 \text{ und } n \text{ ist Schaltjahr}\}$

Schaltjahre sind alle Jahre, die durch 4 teilbar sind, außer wenn sie durch 100 und nicht durch 400 teilbar sind. Zum Beispiel ist 2004 ein Schaltjahr, 1900 ist keines, 2000 ist eines.

(b) $L_2 = \{a^m b^n \mid m < n \text{ und } m + n \text{ ist gerade}\}$

(c) $L_3 = \{w\#x \mid M_w \text{ gestartet auf } x \text{ hält nach gerader Anzahl von Schritten}\}$

(d) $L_4 = \{w\#x \mid M_w \text{ gestartet auf } x \text{ benutzt höchstens } 2 \cdot |x| \text{ Zellen auf dem Band}\}$

Aufgabe 15.6
Sei L eine unendliche Sprache, gegeben durch eine Turingmaschine M.

(a) Ist es entscheidbar, ob es eine reguläre Teilsprache von L gibt?

(b) Ist es entscheidbar, ob es eine *unendliche* reguläre Teilsprache von L gibt?

Aufgabe 15.7
Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$. Ein *Hamiltonscher Pfad* in G ist eine Permutation π der Knotenindizes $(v_{\pi(1)}, \ldots, v_{\pi(n)})$, so daß für $i = 1, \ldots, n-1$ gilt $(v_{\pi(i)}, v_{\pi(i+1)}) \in E$. D.h. ein Hamiltonscher Pfad ähnelt einem Hamiltonschen Kreis, muß aber im Gegensatz zu diesem nicht geschlossen sein. Das Problem *Gerichteter Hamiltonscher Pfad* ist die Frage, ob ein gerichteter Graph einen Hamiltonschen Pfad enthält. Zeige, daß dieses Problem NP-vollständig ist.