Aufgabe 1 *(Algebren und Semantik)* (4 + 4 = 8 Punkte)

Teil (a)

Beweisen Sie die folgende Aussage: Falls F und G Formeln erster Stufe sind und $F \to G$ erfüllbar ist, dann ist F nicht allgemeingültig oder G ist erfüllbar.

Teil (b)

Widerlegen Sie die folgende Aussage: Falls F, G und H Formeln erster Stufe sind und $F \vee H \models G \vee H$ gilt, dann gilt $F \models G$.

Aufgabe 2 *(Geordnete Resolution mit Selektion)* (3 + 3 + 2 = 8 Punkte)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur mit $\Omega = \{a/0,\ b/0,\ c/0,\ g/1,\ f/2\}$ und $\Pi = \{p/2,\ q/2,\ r/2\}$. Sei N die folgende Klauselmenge:

$$p(g(z), z) \qquad (1)$$

$$\boxed{\neg p(x, y)} \vee \neg p(x, a) \vee r(y, y) \qquad (2)$$

$$q(x, x) \qquad (3)$$

$$\neg q(b, b) \vee \boxed{\neg r(b, c)} \qquad (4)$$

$$\neg q(f(a, z), z) \vee \neg r(c, c) \qquad (5)$$

$$\neg q(g(a), g(y)) \vee \neg r(b, y) \qquad (6)$$

Wir nehmen an, daß eine Atomordnung $\succ$ so definiert ist, daß $p(\ldots) \succ q(\ldots) \succ r(\ldots)$ gilt, und daß die Selektionsfunktion S die eingerahmten Literale selektiert.

Teil (a)

Falls man N bezüglich des geordneten Resolutionskalküls mit Selektion $Res_S^{\succ}$ saturiert, dann gibt es keine Inferenz zwischen den Klauseln (3) und (4) und keine Inferenz zwischen den Klauseln (3) und (5). Warum? Erläutern Sie kurz.

Teil (b)

Wieviele $Res_S^{\succ}$-Inferenzen mit Prämissen in N sind möglich? Wie lauten ihre Konklusionen?

Teil (c)

Saturieren Sie N bezüglich $Res_S^{\succ}$. (Zu beachten: Berechnen Sie ausschließlich solche Inferenzen, die gemäß der Definition von $Res_S^{\succ}$ auf Folie 106 und 107 notwendig sind.)

Aufgabe 3 *(Prolog)* (7 Punkte)

Sei l eine Liste. Eine *Zerlegung* von l ist eine Liste von Listen $l' = [l_1, \ldots, l_n]$ mit den folgenden Eigenschaften:

- keine der Listen l_i ist leer,
- die Konkatenation aller Listen $l_1, \ldots, l_n$ ergibt l.

(Beispielsweise hat die leere Liste `[]` eine Zerlegung, nämlich `[]`, die Liste `[a]` hat eine Zerlegung, nämlich `[[a]]`, die Liste `[a,b,c]` hat vier Zerlegungen, nämlich `[[a],[b],[c]]`, `[[a],[b,c]]`, `[[a,b],[c]]` und `[[a,b,c]]`.) Implementieren Sie ein Prolog-Prädikat `sp(`l`,`l'`)`, das alle Zerlegungen l' einer Liste l berechnet. Sie können das vordefinierte Prädikat `append` vewenden.

Aufgabe 4 *(Logische Programmierung)* (7 Punkte)

Berechnen Sie das kanonische Modell des folgenden logischen Programms:

$$p(f(f(a))).$$
$$p(b).$$
$$p(X) \leftarrow p(f(X)).$$

Aufgabe 5 *(LTL)* (7 Punkte)

Sei $M = (S, x, L)$ eine lineare Zeitstruktur. Zeigen Sie: $M, x \models \mathsf{F}p$ gilt genau dann, wenn $M, x \models (\neg p) \,\mathsf{U}\, p$ gilt.

Aufgabe 6 *(CTL)* (7 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel einer CTL-Zustandsformel φ an, so daß $M, s_0 \models \varphi$, aber $M', s'_0 \not\models \varphi$.